

美国 AP 微积分计划与我国微积分教学

柴俊

(华东师范大学数学系,上海 200062)

摘要:我国微积分教学在整个高等教育中有着十分重要的地位,经过多年的改革虽然取得了一些成绩,但如何进一步的改革值得思考。美国 AP 微积分计划在指导思想、课程目标和命题思路对微积分教学的进一步改革有很好的借鉴作用。

关键词:AP 微积分;四规则;优秀生培养

在我国,微积分教学有两个不同的概念,在数学专业通常称为“数学分析”,强调微积分的理论基础,教学偏重于概念和形式推理;在非数学专业(理工科和经济专业)称为“高等数学”,主要强调微积分在学科中的应用,教学偏重于计算技巧和应用。微积分无论是对学生后继课程的学习还是数学思维的培养都有着十分重要的作用;同时作为数学的基础课程,随着数学在其他学科中的应用越来越广泛,微积分教学也日益受到关注。在数学的所有课程中,没有哪一门像微积分那样受到如此的重视。

尽管近年来我国微积分教学在内容更新、结合计算机进行实验等方面做了许多实践和探索工作,取得了一系列成果,但是随着高等教育大众化的到来,今后微积分教学应该如何适应高等教育的新形势,美国 AP 微积分计划可以给我们一些启示。

一、美国 AP 微积分计划概况

AP 微积分计划开始于上世纪 50 年代,而得到广泛认同是在美国高校入学人数急剧增加的 20 世纪 60 年代中后期。

1. AP 微积分介绍。AP 全称是 Advanced Placement,翻译成汉语应该是“高级定位”。AP 计划除微积分外,还有包括计算机科学、经济学、物理、化学、生物在内的近 20 个学科,AP 计划是为优秀高中生提供早日成才途径的培养方案,该计划让美国数百万仍在高中学习的学生接受大学水平的课程和考试,并且能在高中阶段就能获得大学学分或高级课程定位的资格。AP 微积分课程为期一个学年,与美国高校的微积分课程类似。AP 微积分计划包含两类微积分课程,每类有相应的考试,这两类课程及其相应的考试分别称为微积分 AB 和微积分 BC。

微积分 AB 与 BC 课程都达到了大学水平的数学要求,因此,大部分高校都给予通过考试的学生高级课程定位或学分。美国大部分高等院校都提供一系列微积分课程,所谓课程定位是大学根据入学新生 AP 考试或其他公认的水平评估标准将学生分置于不同要求的课程中。微积分 BC 内容的设置可以使学生有资格获取比微积分 AB 更高等级的课程定位或更多的学分,很多高校在学校情况介绍及网站上发表有关其 AP 政策的声明。

AB 与 BC 的区别在于 AB 仅包含极限与单变量微积分,BC 比 AB 多了级数,并且在 AB 的基本内容上增加了参数方程和极坐标方程。两类课程都很具挑战性,在相同的知识点上,两者

所要求的理解

美国 AP 微积分在 AP 之前要打好的

2. 指导思想
为学生提供微积分,如用图示、

课程强调数、曲线、定理但不是课程的在课程教学中面作业,进行数课程要求

学生,而不是互

3. 课程目标

(1) 掌握关系。

(2) 能从

(3) 能从

意义,并能用利

(4) 应将

(5) 学会

(6) 能用

(7) 掌握

(8) 能确

(9) 培养

二、AP

1. 微积分

(1) 函数

图像分析

相互作用,以及运

函数极限

• 对求极

• 用代数

• 从图像

渐近状态

• 由图像

• 由包含

所要求的理解上的深度是类似的。

美国 AP 微积分发展委员会要求 AP 微积分要作为一门大学水平的课程来讲授,在学习 AP 之前要打好坚实的基础,学生们才能在此水平上有所准备,以符合该课程的严格要求。

2. 指导思想。微积分 AB 和微积分 BC 主要是为了发展学生们对微积分概念的理解以及为学生提供微积分方法以及应用这些方法的经验。AP 课程强调用多种表示方法来理解微积分,如用图示、数值、公式及文字叙述四种方法(简称 4 规则)来描述概念、结论和问题。

课程强调概念的广博性和方法的广泛适用性。课程的重点不是机械的操作,也不是对函数、曲线、定理或题型的分类和记忆。因此,虽然训练学生熟练的计算能力是课程的重要内容,但不是课程的核心。

在课程教学中引入了计算机技术,用于增强理解函数概念的多种表示之间的联系,验证书面作业,进行数学实验,帮助理解定理的结论。

课程要求将导数、积分、极限、逼近及其应用和建模等主题有机地结合成一个整体呈现给学生,而不是互不相关内容的简单组合。

3. 课程目标。AP 微积分课程要达学生到以下目标:

- (1) 掌握用四规则(图示、数值、解析或文字)来描述函数,并要理解这些表示方法之间的关系。
- (2) 能从“变化率”及局部线性近似两方面理解导数的含义,能用导数解决一系列问题。
- (3) 能从黎曼和的极限及变量变化的净累加(变动上限积分)两个方面来理解定积分的意义,并能用积分解决一系列问题。
- (4) 应将微分和定积分的关系按照微积分基本定理阐述的那样加以理解。
- (5) 学会用口头和良好的书面语言来表达数学,并能解释问题的解。
- (6) 能用函数、微分方程或积分方程对文字表述的某些物理问题建立数学模型。
- (7) 掌握用计算机技术帮助解题、实验、解释结果、验证结论。
- (8) 能确定解的合理性,包括符号、大小、相对精度、度量单位。
- (9) 培养学生将微积分作为知识的整体和一项人类成就来评价与欣赏。

二、AP 微积分教学大纲及试题介绍

1. 微积分 AB(BC)的课题大纲(有 * 号的为 BC 增加的内容)

(1) 函数、图像和极限

图像分析:运用技术能很容易地绘出函数图像。重点在于几何信息和解析信息之间的相互作用,以及运用微积分对函数的局部、整体状态进行推测和解释。

函数极限(包括单侧极限)

- 对求极限过程的直观理解
- 用代数方法计算极限
- 从图像或从数据表估计极限

渐近状态和无界状态

- 由图像状态理解渐近线
- 由包含无穷大的极限描述渐近状态

